Dans un repère orthonormé $(0;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on donne le point A de coordonnées :
A(5,3,1) et le plan P d'équation : $x+2y-3z+4=0$
57. Un point E du plan P est :
A. E (3,-2,1)
B. E (-1,-2,3)
C. E (3,2,1)
D. E (0,0,0)

58. Une équation du plan P' parallèle à P et passant par A est :
A. P' : $-x-2y+3z+7=0$
B. P' : $x+2y-3z-8=0$
C. P' : $x+2y-3z+9=0$
D. P' : $2x+4y-6z-10=0$
59. La distance entre ces deux plans parallèles est :
A. $\frac{12}{7\sqrt{14}}$
B. $\frac{6\sqrt{7}}{14}$
C. $\frac{6\sqrt{14}}{7}$
D. aucune des trois réponses précédentes

60. Une équation d'un plan P'' tel que P'' est perpendiculaire à P et passe par le point A est :
A. $15x-6y-57=0$
B. $6y-z+17=0$
C. $15x+z-76=0$
D. $15x-6y+z-58=0$

Concours blanc n°3 (Avenir)

CALCUL D' IMAGES

On considère la fonction inverse u telle que $u(x)=\frac{1}{x}$
Sur l'intervalle $]0;+\infty[$, on définit de plus f *telle que* $f(x)=e^{u(x)}$
et g telle que $g(x)=\ln(u(x))$
1. Calculer l'image de 1 par la fonction f.
A. -1
B. 0
C. 1
D. e
2. Calculer l'image de 1 par la fonction g.
A. -1
B. 0
C. 1
D. e
3. Calculer l'image de 2 par la fonction f.
A. $-e$

B. e^{-2}
C. $\sqrt{e}$
D. $\frac{1}{e}$
4. Calculer l'image de e par la fonction g.
A. -1
B. 0
C. 1
D. -e

SUITES NUMERIQUES

(U_n) est une suite arithmétique de premier terme U_0= 20 et de raison R= - 5
(V_n) est une suite géométrique de premier terme V_0= 1 et de raison Q= 3

5. le dixième terme de la suite (U_n) est :
A. - 30
B. - 25
C. 65
D. aucune des trois réponses précédentes

6. La somme des dix premiers termes de la suite (U_n) est :
A. 125
B. - 55
C. - 25
D. aucune des trois réponses précédentes

7. Le cinquième terme de la suite (V_n) est :
A. 15
B. 27
C. 243
D. aucune des trois réponses précédentes

8. La somme des cinq premiers termes de la suite (V_n) est :
A. 121
B. 31
C. 35
D. aucune des trois réponses précédentes

EQUATIONS ET INEQUATIONS

On considère l'équation du second degré de la variable réelle x : $x^2 - x - 20 = 0$

9. Les deux racines réelles de cette équation sont :
A. 4 et - 5
B. - 4 et - 5
C. 4 et 5
D. - 4 et 5

10. L'inéquation $x^2 - x - 20 < 0$ a pour solutions dans l'ensemble des réels :

A. $]-5;4[$
B. $]-\infty;-4[\cup]5;+\infty[$
C. $]-\infty;-5]\cup[4;+\infty[$
D. $]-4;5[$

11. L'équation bicarrée : $x^4-x^2-20=0$ admet dans l'ensemble des réels :

A. une solution
B. deux solutions
C. trois solutions
D. quatre solutions

12. On considère l'équation du second degré de la variable complexe z : $z^2-z+20=0$
Les racines complexes sont :
A. $\frac{1}{2}+i\,\frac{\sqrt{79}}{2}$ et $\frac{1}{2}-i\,\frac{\sqrt{79}}{2}$
B. $-\frac{1}{2}+i\,\frac{\sqrt{79}}{2}$ et $-\frac{1}{2}-i\,\frac{\sqrt{79}}{2}$
C. $\frac{1}{2}+i\,\frac{9}{2}$ et $\frac{1}{2}-i\,\frac{9}{2}$
D. $-\frac{1}{2}+i\,\frac{9}{2}$ et $-\frac{1}{2}-i\,\frac{9}{2}$

EQUATIONS DIFFERENTIELLES

13. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E_1) : $2y'+y=0$ est :
A. $f(x)=Ce^{-2x}$, C *étant un nombre réel*
B. $f(x)=Ce^{2x}$, C *étant un nombre réel*
C. $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x}$, C *étant un nombre réel*
D. $f(x)=Ce^{\frac{-1}{2}x}$, C *étant un nombre réel*

14. La solution de l'équation différentielle (E_2) : $y'=2\,y$, vérifiant la condition initiale $y(0)=-1$ est :
A. $f(x)=e^{-2x}$
B. $f(x)=e^{2x}$
C. $f(x)=-e^{2x}$
D. $f(x)=-e^{-2x}$

15. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E_3) : $y'+3y=6$ est :
A. $f(x)=Ce^{2x}-3$, C *étant un nombre réel*
B. $f(x)=Ce^{-3x}+2$, C *étant un nombre réel*
C. $f(x)=Ce^{2x}+3$, C *étant un nombre réel*
D. $f(x)=Ce^{-3x}-2$, C *étant un nombre réel*

16. La solution de l'équation différentielle (E_4) : $y'=-2y+6$, vérifiant la condition $y\left(\frac{1}{2}\right)=4$
est :
A. $f(x)=e^{-2x+1}+3$
B. $f(x)=e^{2x-1}+3$
C. $f(x)=e^{-2x+1}-3$
D. $f(x)=e^{2x-1}-3$

DERIVEES

17. Calculer la dérivée de la fonction suivante : $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$
A. $f'(x) = \frac{10}{(x-3)^2}$
B. $f'(x) = \frac{-2}{(x-3)^2}$
C. $f'(x) = 2$
D. aucune des trois propositions précédentes

18. Calculer la dérivée de la fonction suivante : $g(x) = 2\ln(3x-4)$
A. $g'(x) = 6\ln(3x-4)$
B. $g'(x) = \frac{6}{3x-4}$
C. $g'(x) = \frac{2}{3x-4}$
D. aucune des trois propositions précédentes

19. Calculer la dérivée de la fonction suivante : $h(x) = (x-3)e^{2x}$
A. $h'(x) = e^{2x}$
B. $h'(x) = (x-2)e^{2x}$
C. $h'(x) = (2x-5)e^{2x}$
D. aucune des trois propositions précédentes

20. L'équation de la tangente à la courbe de la fonction h au point A d'abscisse a=0 est :
A. $y = 2x + e$
B. $y = -5x - 3$
C. $y = 5x - 3$
D. aucune des trois propositions précédentes

PRIMITIVES

21. $F(x) = x\ln x + x$ est une primitive sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ de la fonction f d' équation :

A. $f(x) = \ln x$
B. $f(x) = \frac{1}{x} + 1$
C. $f(x) = x(\ln x + 1)$
D. aucune des trois propositions précédentes

22. Déterminer une primitive de f sur l'ensemble des réels sachant que $f(x) = 5x^2 + 6x - 7$
A. $F(x) = 10x + 6$
B. $F(x) = \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 - 7x + 7$
C. $F(x) = 15x^3 + 12x^2 - 7x$
D. aucune des trois propositions précédentes

Rappel : la formule de la distance d'un point par rapport à un plan est
$$d(A;P) = \frac{|a\times x_A + b\times y_A + c\times z_A + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

59. C. On peut calculer soit la distance entre A et P ou soit la distance entre E et P'
$d(A;P) = \frac{|5+2\times 3-3\times 1+4|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{12}{\sqrt{14}}$ $\quad d(E;P') = \frac{|3+2\times(-2)-3\times 1-8|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{12}{\sqrt{14}} = \frac{12\sqrt{14}}{14} = \frac{6\sqrt{14}}{7}$

60. D. Deux vecteurs directeurs du plan P'' sont $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AE}$. On cherche un vecteur $\vec{u}$ qui soit normal aux deux précédents en résolvant le système $\begin{cases} 1x + 2y - 3z = 0 \\ 2x + 5y = 0 \end{cases}$

Par substitutions successives, on obtient $x = \frac{-5y}{2}$ puis $z = \frac{-y}{6}$ et on peut choisir $\vec{u}(15;-6;1)$. Enfin on détermine d à l'aide des coordonnées du point A appartenant au plan
$15\times 5 - 6\times 3 + 1 + d = 0$,ainsi $d = -75 + 18 - 1 = -58$

Concours blanc n°3 (Avenir)

1. D. $f(1) = e^1 = e$
2. B. $g(1) = \ln 1 = 0$
3. C. $f(2) = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$
4. A. $g(e) = \ln(\frac{1}{e}) = \ln 1 - \ln e = 0 - 1 = -1$

Rappel : pour les suites arithmétiques il faut connaître les trois formules.
$u_{n+1} - u_n = R$; $u_n = u_0 + n\times R$; $S_n = (n+1)\times\frac{(U_0+U_n)}{2}$

5. B. Attention : si le premier terme est U_0 alors le dixième terme est U_9. Avec la formule : $U_9 = U_0 + 9\times R = 20 + 9\times(-5) = 20 - 45 = -25$
6. C. Avec la formule :
$$S_9 = (9+1)\times\frac{(U_0+U_9)}{2} = 10\times\left(\frac{20-25}{2}\right) = 5\times(-5) = -25$$

Rappel : pour les suites géométriques il faut connaître les trois formules.
$\frac{v_{n+1}}{v_n} = Q$; $v_n = v_0\times Q^n$; $S_n = v_0\times\frac{1-Q^{n+1}}{1-Q}$

7. D. $V_4 = V_0\times Q^4 = 1\times 3^4 = 81$

Astuce : Lorsque peu de termes sont demandés, les calculer et faire la somme à la main.

8. A. Avec la formule : $S_4 = 1\times\frac{1-3^5}{1-3} = \frac{1-243}{-2} = \frac{-242}{-2} = 121$

Astuce : La somme des racines d'un trinôme vaut $\frac{-b}{a}$ et le produit des racines vaut $\frac{c}{a}$, on peut donc tester les quatre propositions sans calculer le discriminant.

9. D. Avec le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 81$, il est positif donc il y a deux racines réelles qui sont $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 5 \; et \; x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -4$
10. D. Si le discriminant est positif alors le trinôme est du signe de « -a » entre les racines.
11. B. On résout l'équation bicarrée en posant $X = x^2$, donc d'une part :$x^2 = 5$ qui donne $x = -\sqrt{5} \; et \; \sqrt{5}$; et d'autre part : $x^2 = -4$ qui n'a pas de solution dans l'ensemble des réels.

12. A. $\Delta = -79$ donc il y a deux racines complexes $z_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{1-i\sqrt{79}}{2}$
et $z_2 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{1+i\sqrt{79}}{2}$

Astuce : on peut calculer les dérivées y' des quatre propositions et tester celle qui vérifie l'équation différentielle demandée.

13. D. Les solutions de l'équation différentielle $f' = kf$ sont les fonctions du type $f(x) = C \times e^{kx}$
14. C. On a $f(x) = C \times e^{2x}$ et $f(0) = -1 = C$
15. B. Les solutions de l'équation différentielle $f' = af + b$ sont les fonctions du type $f(x) = C \times e^{ax} - \frac{b}{a}$. Donc avec $y' = -3y + 6$ on obtient $f(x) = Ce^{-3x} + 2$.
16. A. On a $f(x) = Ce^{-2x} + 3$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 = Ce^{-1} + 3$ donc $C = \frac{1}{e^{-1}} = e$

Rappel : il faut connaître les formules des dérivées,
$(u \times v)' = u'.v + u.v'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u'v-uv')}{v^2}$; $(\ln(u\,(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$; $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)e^{u(x)}$

17. D. On utilise la dérivée d'un quotient :
$$f'(x) = \frac{[2 \times (x-3) - 1 \times (2x+4)]}{(x-3)^2} = \frac{-10}{(x-3)^2}$$
18. B. On utilise la dérivée d'une fonction composée :
$g'(x) = 2 \times \frac{3}{(3x-4)} = \frac{6}{3x-4}$
19. C. On utilise la dérivée d'un produit de deux fonctions :
$h'(x) = 1 \times e^{2x} + (x-3) \times 2e^{2x} = (2x-5)e^{2x}$
20. B. On applique la formule de la tangente : To : $y = h'(0) \times (x-0) + h(0)$
avec h'(0)=-5 et h(0)=-3

Astuce : on peut vérifier que le point A(0 ;-3) est bien un point de la droite proposée en réponse 20.

21. D. Il suffit de dériver la primitive donnée ; $F'(x) = 1.\ln x + x.\frac{1}{x} + 1 = \ln x + 2$
22. B. Une primitive du monôme $x^n\ est\ \frac{1}{n+1}x^{n+1}$
23. C. Ici il faut reconnaître la forme $\frac{u'}{u}$ dont une primitive est $\ln u$ avec $u > 0$ sur l'intervalle I.
$g(x) = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{u'}{u}$ donc $G(x) = \ln(\sin x) + k$
24. D. De même $h(x) = \frac{e^{3x}}{2+e^{3x}} = \frac{1}{3} \times \frac{3e^{3x}}{2+e^{3x}}$ donc $H(x) = \frac{1}{3}\ln(2+e^{3x}) + k$ puis on détermine k en faisant $H(0) = 0$

Astuce : pour être sûr des réponses aux questions 22 23 24, on peut calculer les dérivées des primitives obtenues afin de retrouver les fonctions initiales.

25. A. $I = [\ln x]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$
26. B. $J = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x\right]_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{3} - 1 + 3 - (\frac{-1}{3} - 1 - 3)\right) = 6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$
27. C. $K = \left[-\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^2 = \left(-\frac{1}{2}e^4 + \frac{1}{2}e^0\right) = \frac{1}{2}(1 - e^4)$
28. D. Il faut connaître la linéarité pour l'intégrale.

Astuce : il faut ajouter au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants.

29. B. Comme l'effectif N est impair on calcule $\frac{N}{2} = 12.5$ et on prend $Me = x_{13} = 6$
30. A. Comme $\frac{N}{4} = 6.25$ alors $Q_1 = x_7 = 5$